ファジィ理論を教育評価に応用する方法についての研究

鍾　恂恂

1　はじめに

従来は，生徒の学習成果を加重平均法で評価することが多い．特に，数学や英語などのような教科はよくテストの点数に平常点を加味して評価するため，テストの点数と平常点を加重平均法で評価するのがほとんどである．しかし, 芸術系科目の作品を評価する場合は, 得点化しづらい時もある．本研究は，新たな評価手法としてファジィ理論を教育評価に応用し，いくつの評価例を比較する．

2　教育評価法

下記の評価構造に対し，加重平均法と教育評価に適用するためのファジィ推論法を紹介する．

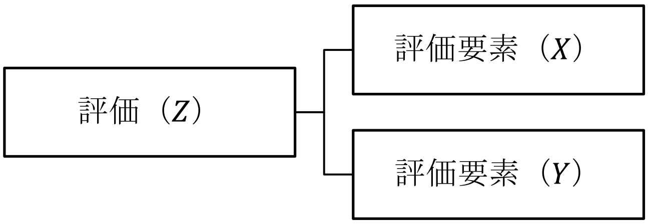

図 1　評価構造

2．1　加重平均法［4］

図 1 より，評価（Z）は次のように得られる：

$$Z = g(X, Y; \alpha) = \alpha X + (1 - \alpha)Y \ . \tag{1}$$

ただし，$0 \leq \alpha \leq 1$ ．

例えば，評価要素 X（テストの成績）＝ 90 点で，評価要素 Y（平常点）＝ 70 点である生徒の学習成果を加重平均法（α = 0.75）で評価すると

$$評価（Z）= g(90,70;0.75) = 0.75 \times 90 + (1 - 0.75) \times 70 = 85（点）. \tag{2}$$

2．2　ファジィ推論法［1］－［5］

ファジィ推論法を用いる際は，次の 5 つのステップに従う：

① 評価要素の構成

② 評価基準と推論規則の作成

③ 評価基準についてのメンバーシップ関数の作成

④ 事実の分析とファジィ推論の実行（ただし，代数積加算重心法を用いること）

⑤ 推論結果の評定

加重平均法と区別をつけるため，ファジィ推論を実行して得る評価（Z）と評価要素（X）と評価要素（Y）との関係式を下記のようにする：

$$Z = f(X, Y) \tag{3}$$

3　ファジィ数

本研究は，芸術系科目における得点化しづらい特徴に対し，事実の分析にファジィ数の使用を提案する．

3．1　三角形のファジィ数（Triangular fuzzy number）［5］

次のメンバーシップ（$t > 0$）関数をもつファジィ数 $\tilde{A}$ を三角形のファジィ数といい，$\tilde{A} =< a - t, a, a + t >_{tri}$ とかく．

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \max\{0, 1 - \frac{|x-a|}{t}\} \tag{4}$$

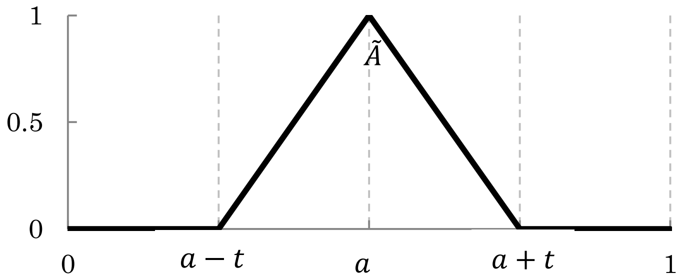

図 2　三角形のファジィ数

3．2　二次曲線のファジィ数（Quadratic fuzzy number）

次のメンバーシップ（$t > 0$）関数をもつファジィ数 $\tilde{A}$ を二次ファジィ数といい，

$\tilde{A} =< a - t, a, a + t >_{qua}$ とかく．

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} \frac{2}{t^2}\left(x-(a-t)\right)^2, & a-t \le x \le a-\frac{t}{2} \\ 1-\frac{2}{t^2}(x-a)^2, & a-\frac{t}{2} < x \le a+\frac{t}{2} \\ \frac{2}{t^2}\left(x-(a+t)\right)^2, & a+\frac{t}{2} < x \le a+t \\ 0, & otherwise \end{cases} \tag{5}$$

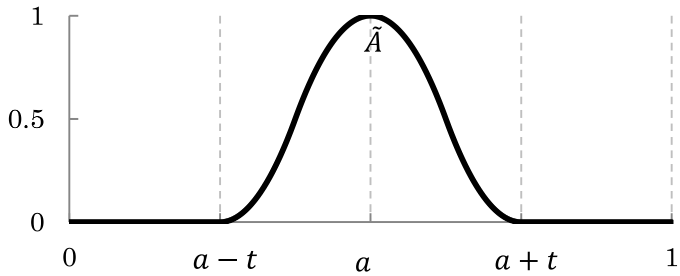

図 3　二次曲線のファジィ数

3. 3 クリスプ数（Crisp number）

次のメンバーシップ関数をもつ $A=a$ をクリスプ数という．

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, & x = a \\ 0, & x \ne a \end{cases} \tag{6}$$

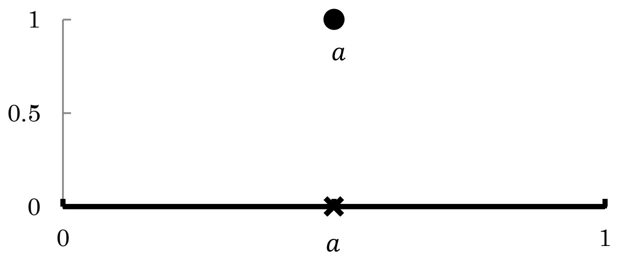

図 4　クリスプ数

4　ファジィ数による推論法

本節では，美術評価に適用するために，ファジィ数による推論を実行する．

Step1　評価要素の構成

授業の目標に基づき，図 5 のように評価構造を定めることもできる．

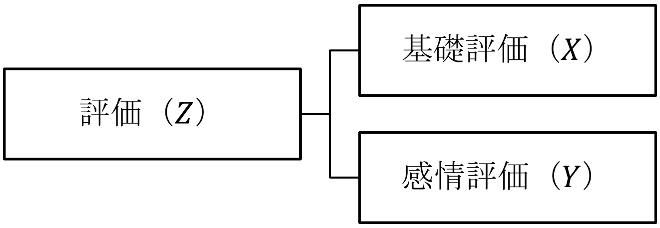

図 5　美術作品の評価構造

Step2　評価基準と推論規則の作成

ここで，Step 1 で構成された評価要素と評価側の意思に従い，次のように評価基準と推論規則を作成する．

評価（Z）：A_Z , B_Z , C_Z , D_Z , E_Z , F_Z

基礎評価（X）：A_X , B_X , C_X , D_X

感情評価（Y）：A_Y , B_Y , C_Y

表 1　推論規則

		感情評価		
		A_Y	B_Y	C_Y
基礎評価	A_X	A_Z	B_Z	C_Z
	B_X	B_Z	C_Z	D_Z
	C_X	C_Z	D_Z	E_Z
	D_X	D_Z	E_Z	F_Z

Step3　評価基準についてのメンバーシップ関数の作成

評価基準についてのメンバーシップ関数を作る際は，図 6 ～図 8 のような三角形の関数が一番よく用いられる．

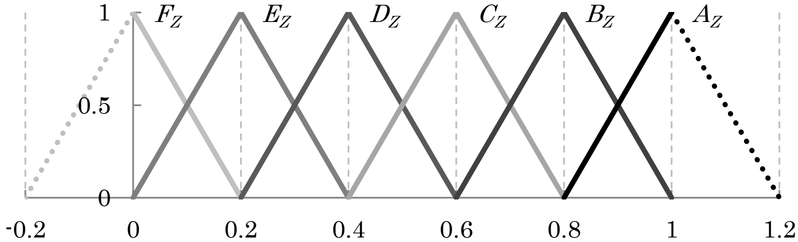

図 6　評価（Z）についてのメンバーシップ関数

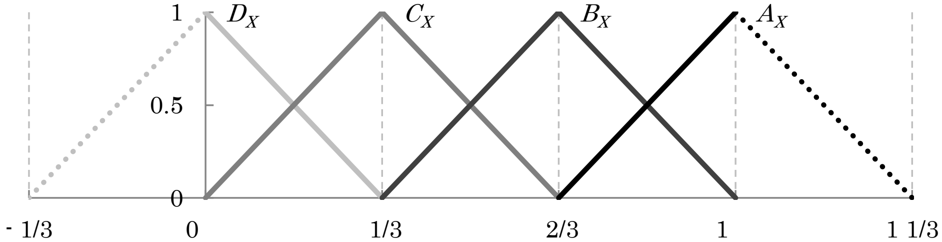

図 7　基礎評価（X）についてのメンバーシップ関数

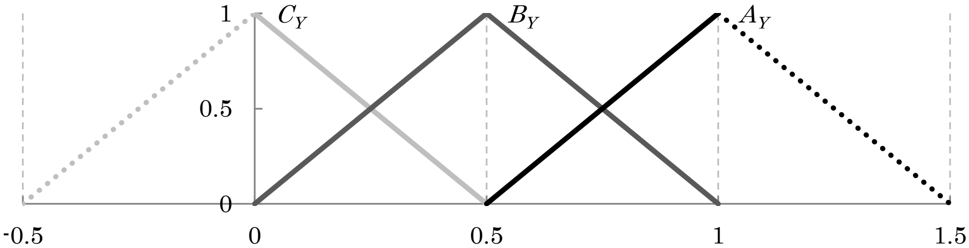

図 8　感情評価（Y）についてのメンバーシップ関数

Step 4 & 5　事実の分析とファジィ推論の実行と推論結果の評定

評価要素の特性により，得点化しやすいのと得点しづらいのがある．ここで，その特性と担当教員の評価スタイルに応じ，クリスプ数とファジィ数による推論法を紹介する．

例一：［2］基礎評価が A_X^- で，感情評価がだいたい B_Y^+ である．ここで，「だいたい B_Y^+」を表現するためにファジィ数 $\widetilde{B_Y^+} =<\frac{1}{6},\frac{2}{3},\frac{7}{6}>_{tri}$ を使用する．このとき，推論結果 $f(A_X^-,\widetilde{B_Y^+})$ のメンバーシップ関数は，ファジィ数の拡張原理により次のように得られる．

$$\mu_{f\left(A_X^-,\widetilde{B_Y^+}\right)}(z) = \bigvee_{z=f(x,y)} \left(\mu_{A_X^-}(x) \wedge \mu_{\widetilde{B_Y^+}}(y)\right) \tag{7}$$

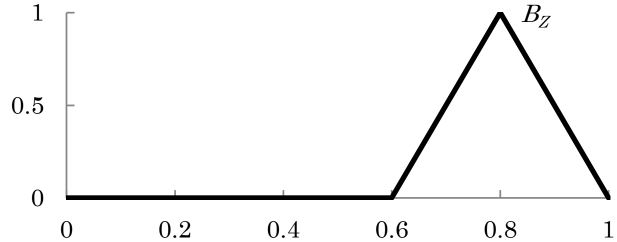

図 9　推論結果 $f(A_X^-,\widetilde{B_Y^+})$ のメンバーシップ関数

推論結果 $f(A_X^-,\widetilde{B_Y^+})$ はファジィ数で $f\left(A_X^-,\widetilde{B_Y^+}\right)=<\frac{3}{5},\frac{4}{5},1>_{tri}$ である．ファジィ数の頂点は $z=0.8$ にあるため，推論結果は「だいたい B_Z」という．

例二：基礎評価が A_X^- で，感情評価がだいたい B_Y^+ である．ここで，「だいたい B_Y^+」を表現するためにファジィ数を使用するが，頂点の近傍の度合いの変化を例一より緩和するためにもう一つの選択肢として $\widetilde{B_Y^+}=<\frac{1}{6},\frac{2}{3},\frac{7}{6}>_{qua}$ を提案する．このとき，推論結果 $f(A_X^-,\widetilde{B_Y^+})$ のメンバーシップ関数はファジィ数の拡張原理により次のように得られる．

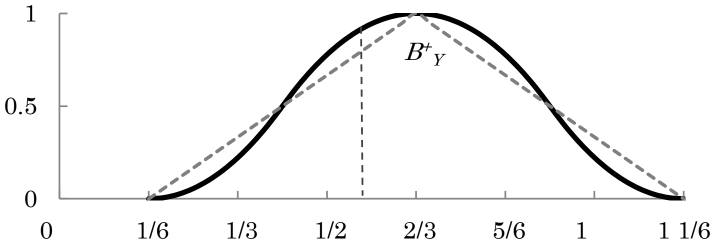

図 10　ファジィ数の比較

同様に，数式（7）を用いると結果のクラフは次のように描かれる．

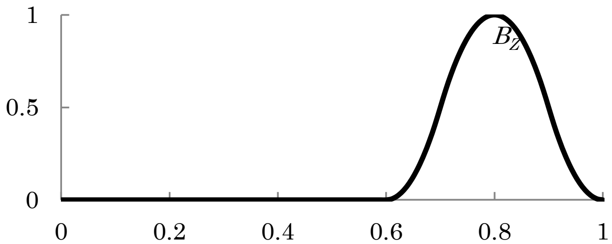

図 11　推論結果 $f(A_X^-,\widetilde{B_Y^+})$ のメンバーシップ関数

推論結果 $f(A_X^-,\widetilde{B_Y^+})$ はファジィ数で $f\left(A_X^-,\widetilde{B_Y^+}\right)=<\frac{3}{5},\frac{4}{5},1>_{qua}$ である．この例のファジィ数も頂点が $z=0.8$ にあるため，推論結果は「だいたい B_Z」という．

例三：基礎評価がだいたい A_X^- で，感情評価がだいたい B_Y^+ である．ここで，「だいたい A_X^-」と「だいたい B_Y^+」を表現するためにファジィ数 $\widetilde{A_X^-}=<\frac{5}{9},\frac{8}{9},\frac{11}{9}>_{tri}$ と $\widetilde{B_Y^+}=<\frac{1}{6},\frac{2}{3},\frac{7}{6}>_{qua}$ を使用する．このとき，推論結果 $f(\widetilde{A_X^-},\widetilde{B_Y^+})$ のメンバーシップ関数はファジィ数の拡張原理により次のように得られる．

$$\mu_{f\left(\widetilde{A_X^-},\widetilde{B_Y^+}\right)}(z)=\bigvee_{z=f(x,y)}\left(\mu_{\widetilde{A_X^-}}(x)\wedge\mu_{\widetilde{B_Y^+}}(y)\right) \tag{8}$$

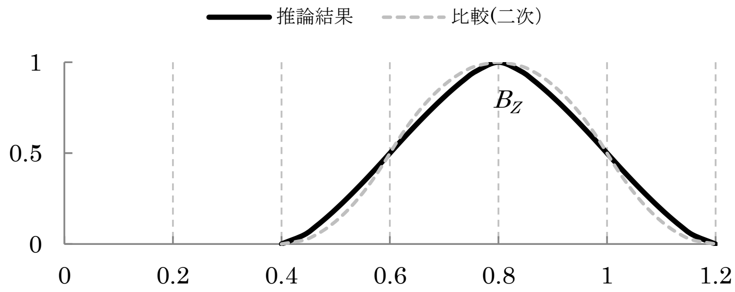

図 12　推論結果 $f(\widetilde{A_X^-},\widetilde{B_Y^+})$ のメンバーシップ関数

推論結果 $f(\widetilde{A_X^-},\widetilde{B_Y^+})$ はファジィ数であるが，$f\left(\widetilde{A_X^-},\widetilde{B_Y^+}\right)$ は $<0.4\,,0.8\,,1.2>_{qua}$ でない(図 12 より)．この例のファジィ数も頂点が $z=0.8$ にあるため，推論結果は「だいたい B_Z」という．ただし，入力の値は両方ともファジィ数であるため，推論結果のファジィ数の台（support）の幅は例一と例二の幅より広い．

5　おわり

本研究は，教育評価にファジィ数による推論法の適用を提案し，クリスプ数と合わせて推論を実行した．そして，入力した値の性質（クリスプ数／ファジィ数）によって推論結果のメンバーシップ関数に与える影響についても例一～例三で検証した．また，推論結果のメンバーシップ関数を利用することで，教育実習生への評価支援にもなる．そのとき，結果のグラフの形はその実習生に対する評価に影響が出てくる．

[参考文献]

[1] 鍾，瀧澤，山下：ファジィ数を適用した教育評価法の研究，第 25 回ファジィシステムシンポジウム，2009.

[2] Chung and Takizawa: Educational Evaluation Applying Approximate Reasoning, バイオメディカル・ファジィ・システム学会大会講演論文 BMFSA (22), pp.121-pp.125, 2009.

[3] Chung and Takizawa: An Application of Fuzzy Number to Educational Evaluation Method, North American Fuzzy Information Processing Society Annual Conference, 2010.

[4] Chung and Takizawa:A Study of Membership Functions in Fuzzy Reasoning and its Application toEducational Evaluation, 4th International Workshop on Soft Computing Applications, 2010.

[5] Chung:Approximate Reasoning on Fuzzy Number with Triangular and Trigonometric Functions, ICIC Express Letters, pp.3491-3495, 2011.